Krzysztof Piontek
Katedra Inwestycji Finansowych i Ubezpieczeń
Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

Efekt dni tygodnia i jego wpływ na wycenę opcji

Wprowadzenie

Standardowe modele wyceny opcji zakładają, że procesem kształtującym zmiany cen instrumentów bazowych jest geometryczny proces Browna. Proces ten zdefiniowany jest jednak dla czasu ciągłego, a przyjęcie naturalnego dla finansów założenia o dyskretnym charakterze czasu komplikuje rozważania. Niniejsza praca rozważa implikacje przyjęcia upływu czasu liczonego w dniach kalendarzowych lub dniach transakcyjnych na wycenę opcji europejskiej. Przedstawione zostały empiryczne badania średnich stóp zwrotu i wariancji w poszczególnych dniach tygodnia dla rynku polskiego oraz symulacja wyceny opcji dla różnych systemów pomiaru czasu do wygaśnięcia opcji.

1. Standardowy model wyceny opcji europejskiej

Problem wyceny opcji nurtował inwestorów przez wiele lat. Pierwszy model wyceny opcji powstał jednak dopiero w latach siedemdziesiątych XX wieku.

W 1973 roku Fisher Black i Myron Scholes[1] przedstawili wzór pozwalający wycenić opcję kupna na akcję nie wypłacającą dywidendy. Założyli oni, że procesem generującym zmiany cen jest geometryczny ruch Browna dany następującymi wzorami:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{S} &= \mu dt + \sigma dz \\ dz &= \varepsilon\sqrt{dt} \end{aligned} \tag{1}$$

[1] F. Black, M. Scholes, The pricing of Options and Corporate Liabilities, "Journal of Political Economy", 1973 nr 81, s. 637-654 ,

gdzie:

S – cena instrumentu finansowego (bazowego),

ε - proces stochastyczny, w którym kolejne zmienne losowe są niezależne oraz mają standaryzowany rozkład normalny N(0,1),

μ – parametr procesu, oznaczający średnią stopę zwrotu,

σ – parametr procesu, oznaczający zmienność,

t – czas.

Model ten implikuje, że dla dowolnego momentu przyszłego ceny mają rozkład logarytmiczno-normalny a stopy zwrotu – rozkład normalny. W modelu tym zakłada się, że parametr zmienności jest stały w czasie.

Zgodnie z modelem Blacka-Scholesa wartość europejskiej opcji kupna na instrument nie wypłacający dywidendy dana jest wzorem[2]:

$$c = SN(d_1) - Ee^{-rT}N(d_2)\,, \tag{2}$$

gdzie:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{3}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{4}$$

c – wartość europejskiej opcji kupna,

E – cena wykonania opcji,

T – długość okresu do terminu wygaśnięcia opcji, wyrażona w latach,

σ – zmienność instrumentu bazowego (odchylenie standardowe stóp zwrotu),

r – wolna od ryzyka stopa procentowa,

N(•) – wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego .

O ile wartość ceny wykonania opcji nie nastręcza żadnych problemów, o tyle określenie wartości pozostałych zmiennych może już być kłopotliwe[3].

[2] J. Hull, Option, Futures & Other Derivatives, Prentice Hall, 1999, s. 237-272,

[3] K. Piontek, Teoretyczna i rzeczywista wartość walutowych instrumentów pochodnych – rynek polski – Konferencja Finanse i Bankowość, a wejście Polski do Unii Europejskiej - Pułtusk, Wrzesień 1999, s. 367-377,

Jednak zdecydowanie największe problemy napotyka się przy szacowaniu parametru zmienności oraz czasu pozostającego do wygaśnięcia opcji.

Badania empiryczne stóp zwrotu w dłuższym okresie wykazały, występowanie na rynkach finansowych:

- efektu skupiania danych; po okresie dużej zmienności, następują okresy charakteryzujące się mniejszą zmiennością,
- grubych ogonów rozkładów; prawdopodobieństwo pojawienia się bardzo dużych lub bardzo małych wartości jest większe niż w przypadku rozkładu normalnego,
- skośności rozkładu; rozkład stóp zwrotu nie jest symetryczny względem średniej, lecz częściej pojawiają się większe od średniej stopy zwrotu, co tłumaczy się odmiennym zachowanie inwestorów w czasie bessy i hossy,
- długoterminowej zależności danych; po znacznych wzrostach następują dalsze wzrosty, po których nadchodzą nagłe spadki a po nich kolejne spadki,
- niestałości wariancji stóp zwrotu w czasie; wariancja procesu zależy od wcześniejszych stóp zwrotu, wraz ze spadkiem ceny instrumentu występuje tendencja do wzrostu wariancji stóp zwrotu,
- występowania efektu dnia tygodnia, różnych średnich stóp zwrotu i wariancji dla poszczególnych dni tygodnia.

Powyższe fakty przeczą stwierdzeniu, że ceny akcji zmieniają się zgodnie z geometrycznym ruchem Browna, jednak dobrze znane matematyczne własności tego procesu powodują, że jest on nadal jednym z podstawowych przyjętych procesów zmian cen.

Przyjęta w modelu dynamika zmian kursów jedynie przybliża rzeczywiste zmiany.

Geometryczny ruch Browna zdefiniowany jest jako proces ciągły. Jednak w praktyce korzystamy z danych dyskretnych, np. cen zamknięcia rynku.

Do generowania niezależnych trajektorii geometrycznego ruchu Browna dla czasu dyskretnego stosuje się zazwyczaj schemat Eulera[4] dany następującym równaniem:

$$S_{t_k} = S_{t_{k-1}} \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(t_k - t_{k-1}) + \sigma\sqrt{t_k - t_{k-1}}\varepsilon_k\right], \qquad (5)$$

gdzie ε_k są niezależnymi wartościami wygenerowanymi ze standardowego rozkładu normalnego.

[4] A. Weron, R. Weron, Inżynieroa finansowa, WNT, Warszawa 1998, s. 376,

Pozostaje jednak nadal pytanie, czy jako „podstawową jednostkę upływu czasu” przyjąć dzień kalendarzowy (calendar time hypothesis), czy dzień sesyjny (trading time hypothesis).
Przyjęte rozwiązanie ma szerokie implikacje dla wyznaczania parametru zmienności i czasu pozostającego do wygaśnięcia opcji, a tym samym dla wyceny opcji.
Odpowiedzi na powyższe pytanie dostarczają badania anomalii kalendarzowych występujących na rynkach kapitałowych, w tym przypadku analiza efektu weekendowego (weekend effect, day-of-the-week effect). Weryfikowane hipotezy zostały sformułowane poniżej.

2. Efekt weekendowy

Zwolennicy efektywności rynków finansowych uważają, że podstawowym powodem zmienności są docierające do inwestorów przypadkowe informacje mające wpływ na przyszłe stopy zwrotu z akcji[5]. Odmienną grupę stanowią teoretycy twierdzący, że zmienność jest wynikiem rynkowego obrotu danymi walorami.
W dalszej części procy weryfikacji podlegać będą następujące hipotezy:

a) hipoteza, że zmiany cen instrumentu bazowego następują zgodnie z upływem czasu kalendarzowego,
b) hipoteza, że zmiany cen instrumentu bazowego następują zgodnie z upływem czasu sesyjnego (z pominięciem dni nietransakcyjnych).

Przy założeniu, że modelem procesu generującego zmiany cen jest geometryczny ruch Browna, potwierdzeniem hipotezy o czasie kalendarzowym powinno być wystąpienie odmiennych rozkładów „jednodniowych” stóp zwrotu w sytuacjach, gdy kolejne dni transakcyjne oddzielone są dniami nietransakcyjnymi (weekendy, święta) w stosunku do sesji odbywających się w kolejnych dniach kalendarzowych. Jeżeli natomiast zgodnie z hipotezą o czasie transakcyjnym (sesyjnym), zmiany cen następują jedynie w okresie aktywności giełd, rozkłady „jednodniowych” stóp zwrotu powinny być zbliżone niezależnie, czy pomiędzy dniami transakcyjnymi występowały dni nietransakcyjne, czy nie.
W modelu geometrycznego ruchu Browna zakłada się, że stopy zwrotu w kolejnych dniach (sesyjnych lub kalendarzowych) są niezależne i pochodzą z identycznego rozkładu.
Ponieważ na większości giełd handel odbywa się jedynie od poniedziałku do piątku, umożliwia to weryfikację hipotez o występowaniu czasu kalendarzowego lub transakcyjnego.

[5] G. Schwert, Why Does Stock Market Volatility Change over Time?, "Journal of Finance", December 1989 nr 5, s. 1115-1153,

Jeżeli ceny „zmieniają się" również w czasie dni nietransakcyjnych (calendar time), to średnia i wariancja stóp zwrotu z piątku na poniedziałek[6] (trzy dni kalendarzowe, lecz jedynie jeden dzień sesyjny) powinny być około trzy razy większe niż dla pozostałych dni tygodnia (jeden dzień kalendarzowy i jeden dzień sesyjny). Hipoteza o czasie kalendarzowym zakłada również występowanie odmiennych średnich i wariancji dla dni następujących po np. typowych świętach państwowych (dwa dni kalendarzowe i jeden dzień sesyjny).

Jeżeli prawdziwa byłaby natomiast hipoteza o dniach transakcyjnych, różnica w rozkładach stóp zwrotu dla poszczególnych dni tygodnia powinna być niewielka.

Efekt weekendu można analizować zarówno w aspekcie średnich stóp zwrotu, jak i wariancji rozkładów.

Historia badań nad efektem weekendu lub inaczej efektem poniedziałku sięga lat dwudziestych naszego wieku[7].

Typowy test obu hipotez opierający się na badaniu średnich przedstawiony został np. przez K. R. Frencha[8].

Hipotezę o dniach sesyjnych weryfikuje się przy pomocy następującego równania regresji:

$$R_t = \alpha + \gamma_2 d_{2t} + \gamma_3 d_{3t} + \gamma_4 d_{4t} + \gamma_5 d_{5t} + \varepsilon_t, \qquad (6)$$

gdzie R_t stopą zwrotu z instrumentu bazowego, a d_{it} to zmienne zerojedynkowe wskazujące dla jakiego dnia tygodnia wyznaczana jest stopa zwrotu (np. dla wtorku, $d_{2t}=1$, a pozostałe mają wartość zero). Oczekiwaną stopę zwrotu dla poniedziałku wyznacza α, zaś γ_2, γ_3, γ_4, γ_5 określają różnicę pomiędzy oczekiwaną stopą dla poniedziałku a pozostałymi dniami tygodnia. Jeżeli oczekiwane stopy zwrotu dla poszczególnych dni tygodnia są równe, to wyestymowane na podstawie modelu współczynniki γ_i (i=2..5) powinny być bliskie zeru.

Test hipotezy o dniach kalendarzowych odbywa się analogicznie przy pomocy następującego równania regresji:

$$R_t = \alpha(1 + 2d_{1t}) + \gamma_2 d_{2t} + \gamma_3 d_{3t} + \gamma_4 d_{4t} + \gamma_5 d_{5t} + \varepsilon_t, \qquad (7)$$

---

6 liczonych np. jako poniedziałkowe ceny zamknięcia do piątkowych cen zamknięcia rynku

7 E. Maberly, Eureka! Eureka! Discovery of the Monday Effect Belongs to the Ancient Scribes, "Financial Analysts Journal", September-October 1995, s. 10-11

8 K. R. French, Stock Returns and the Weekend Effect, "Journal of Financial Economics", March 1980 nr 8, s. 55-69,

gdzie zmienna d_{1t} przyjmuje wartość 1, gdy stopa zwrotu liczona jest dla poniedziałku i zero dla pozostałych dni tygodnia. W tym przypadku α mierzy 1/3 oczekiwanej stopy zwrotu dla poniedziałku.

W badaniach Frencha dla indeksu Standard & Poor's 500 obejmujących lata 1953-1977 odrzucone zostały obydwie hipotezy, zarówno o czysto kalendarzowym upływie czasu, jak i sesyjnym. Związane jest to z efektem poniedziałku występującym na giełdzie amerykańskiej i objawiającym się ujemną średnią stopą zwrotu w poniedziałki i dodatnimi średnimi stopami zwrotu w innych dniach tygodnia. Anomalię tę tłumaczy się zazwyczaj odmiennym zachowaniem w poniedziałek indywidualnych (małych) i instytucjonalnych (dużych) inwestorów[9][10].

Odmienne podejście do weryfikacji powyższych hipotez zaprezentowane zostało przez Famę[11] oraz K. R. Frencha.

Zaproponowali oni analizie podlegały nie stopy zwrotu, lecz wariancje „jednodniowych" stóp zwrotu generowanych w poszczególnych dniach tygodnia. Jest to podejście dużo ciekawsze z punktu widzenia wyceny opcji, ponieważ odpowiada na pytanie, jaka jest zmienność instrumentu bazowego w czasie dni nietransakcyjnych, co ma znaczący wpływ na wycenę opcji.

Zgodnie z przyjęciem hipotezy o dniach kalendarzowych należało się spodziewać trzykrotnie większej wariancji stóp zwrotu w poniedziałek niż w pozostałe dni tygodnia. Z badań Famy wynika jednak, że ta wariancja jest jedynie o 22% większa niż średnia wariancja z pozostałych dni tygodnia, a z badań K. R. Frencha, że o 19% (przynajmniej dla ostatniego podokresu 1973-1977, dla wcześniejszych różnica jest większa i wynosi około 40%).

---

[9] R. Sias, L. Starks, The-Day-of-the-Week Anomaly: the Role of Institutional Investors, "Financial Analysts Journal", May-June 1995, s. 58-75,

[10] K. R. French, R. Roll, Stock Return Variances: the Arrival of Information and the Reaction of Traders, "Journal of Financial Economics", 17, September 1986, s. 5-26,

[11] E. Fama, The Behavior of Stock Market Prices, "Journal of Business", January 1965 nr 38, s. 34-105,

Tabela 1 prezentuje wyniki otrzymane przez K. R. Frencha dla indeksu S&P500.

		poniedziałek	**wtorek**	**środa**	**czwartek**	**piątek**
1953-1977	**średnia**	-0,1681	0,0157	0,0967	0,0448	0,0873
	wariancja	0,7101	0,5281	0,5600	0,4702	0,4356
1953-1957	**średnia**	-0,2256	-0,0096	0,1592	0,0553	0,1413
	wariancja	0,8096	0,5622	0,5099	0,4558	0,3871
1958-1962	**średnia**	-0,1691	0,0537	0,0777	0,0652	0,1131
	wariancja	0,7245	0,5217	0,4229	0,4028	0,3717
1963-1967	**średnia**	-0,1389	0,0385	0,1008	0,0517	0,1015
	wariancja	0,3387	0,2491	0,3042	0,2433	0,1924
1968-1972	**średnia**	-0,1673	-0,0058	0,1465	0,0003	0,1034
	wariancja	0,6036	0,3885	0,5513	0,4246	0,3479
1973-1977	**średnia**	-0,1393	0,0016	0,0057	0,4700	-0,0219
	wariancja	1,0772	0,9233	0,9936	0,8285	0,8656

Stopy zwrotu dla okresów świątecznych zostały pominięte. Stopy zwrotu zdefiniowane zostały jako $R_t = 100 * \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$.

Powyższe wyniki obrazują ujemne poniedziałkowe stopy zwrotu oraz znacznie poniżej oczekiwanej wariancję w poniedziałki. Na podstawie analizy wariancji, można wnosić, że proces generujący zmiany cen, jest jednak bliższy procesowi, dla którego podstawową jednostką czasu są dni sesyjne.

Analogiczne badanie dla rynku polskiego przedstawione zostaną w dalszej części pracy.

Przyjęcie hipotezy o czasie mierzonym dniami sesyjnymi posiada szereg implikacji dla wyceny opcji.

3. Implikacje dla wycenie opcji

Otrzymane wyniki świadczą o tym, że proces generujący zmiany cen jest bliższy procesowi, w którym czas odmierza się dniami transakcyjnymi.

Niezależnie od tego w jaki sposób wyznaczy się zmienność dziennych stóp zwrotu; czy wykorzystując podejście najprostsze, czyli odchylenie standardowe stóp zwrotu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \bar{r})^2}\,, \qquad (8),$$

gdzie r_t- stopy zwrotu wyznaczane najczęściej na podstawie cen zamknięcia rynku, czy bardziej efektywny estymator Parkinsona[12]:

$$\sigma = \frac{1}{2n\sqrt{\ln 2}} \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{High_i}{Low_i}\right) \quad (9),$$

gdzie $High_i$ i Low_i to cena maksymalna i minimalna dla danego dnia,

niezbędne staje się jeszcze przeliczenie wyniku na okres roczny:

$$zwsr = zwds * \sqrt{ldswr}\ , \quad (10)$$

gdzie:

zwsr - zmienność w skali roku,

zwds - zmienność w dniu sesyjnym,

ldswr - liczba dni sesyjnych w roku.

W punkcie tym zakłada się więc najczęściej, że czas mierzony jest dniami transakcyjnymi.

Jednak przyjęcie jedynie takiego sposobu pomiaru czasu również nie jest poprawne, ponieważ odsetki od lokat naliczane są według dni kalendarzowych.

Rozwiązanie problemu, uwzględniające fakt, że zmienność jest zazwyczaj większa w dniach transakcyjnych, niż nietransakcyjnych, a co za tym idzie, potrzebę pomiaru czasu zarówno w dniach kalendarzowych, jak i sesyjnych, zaproponował D. French w 1984 roku[13].

Postulował on następujące wzory do wyznaczania wartości europejskiej opcji kupna i sprzedaży:

$$c = SN(d_1) - Ee^{-r\tau_2} N(d_2) \quad (11)$$

$$p = Ee^{-r\tau_2} N(-d_2) - SN(-d_1) \quad (12)$$

gdzie:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + r\tau_2 + \frac{\sigma^2 \tau_1}{2}}{\sigma\sqrt{\tau_1}} \quad (13)$$

---

[12] E. Haug, The Comlete Guide to Option Pricing Formulas, McGraw-Hill, 1989, s. 165-179,

[13] D. W. French, The Weekend Effect on the Distibution of Stock Prices. Implication for Option Pricing, "Journal of Financial Economics", 1984 nr 13, s. 547-559,

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + r\tau_2 - \frac{\sigma^2\tau_1}{2}}{\sigma\sqrt{\tau_1}} \tag{14}$$

τ_1 = (ilość dni sesyjnych do wygaśnięcia opcji) / (ilość dni sesyjnych w roku) (15)

τ_2 = (ilość dni kalendarzowych do wygaśnięcia opcji) / (ilość dni kalendarzowych w roku).

Uogólnienie powyższego podejścia może jeszcze stanowić zaproponowane przez Mertona odmienne wyznaczanie zmienności. Wykazał on w 1973 roku, że o ile tylko wariancja instrumentu bazowego jest deterministyczną funkcją czasu, może być ona zadana w modelu Blacka-Scholesa następującym równaniem:

$$\hat{\sigma}^2\tau_1 = \int_0^{\tau_2} \sigma^2(t)dt, \tag{16}$$

gdzie:

$\hat{\sigma}^2\tau_1$ - wariancja liczona dla okresu do wygaśnięcia opcji,

$\sigma^2(t)$- wariancja natychmiastowa dziennych stóp zwrotu (instantaneous variance) w momencie t (dzienna wariancja w chwili t).

Umożliwia to uwzględnienie odmiennej wariancji w rozkładach stóp zwrotu dla weekendów i świąt.

Model ten znany jest w literaturze jako model Blacka-Scholesa z czasem łącznym (the Black-Scholes composite-time-model), gdyż uwzględnia pomiar czasu dla zmienności dniami sesyjnymi, a dla narastania odsetek – dniami kalendarzowymi.

Alternatywą są modele:

- model Blacka-Scholesa z czasem kalendarzowym (the Black-Scholes calendar-time-model) – zarówno zmienność, jak i narastające odsetki liczone są w dnach kalendarzowych,
- model Blacka-Scholesa z czasem sesyjnym (the Black-Scholes trading-time-model) – zarówno zmienność, jak i narastające odsetki liczone są w dnach sesyjnych.

Poniżej przedstawione zostały badania dotyczące efektu weekendu dla rynku polskiego oraz symulacje wyceny opcji dla różnych modeli pomiaru czasu w modelu Blacka-Scholesa.

4. Badania empiryczne i symulacje

Efekt weekendu dla Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie przetestowany został na podstawie indeksu WIG. Analizowane były jednodniowe logarytmiczne stopy zwrotu. Ze zbioru analizowanych stóp zwrotu odrzucone zostały wszystkie przypadki, dla których odstęp pomiędzy kolejnymi sesjami, liczony w dniach kalendarzowych, był różny niż jeden lub trzy.

Tabela 2 zawiera średnie stopy zwrotu i wariancje dla poszczególnych dni tygodnia dla okresu od 4 października 1994 do 17 marca 2000 roku. Data początkowa testu wybrana została jako początek pięciosesyjnych tygodni notowań.

Tabela 2.

zakres dat: od 1994-10-04 do 2000-03-17					
	pn/pi	wt/pn	sr/wt	cz/sr	pi/cz
liczba obserw.	253	269	275	269	261
stopa zwrotu	0,002444	-0,00105	-0,00048	0,001216	0,00029
wariancja	0,000467	0,000394	0,000373	0,000377	0,000369
średnia war.	0,000378	średnia wariancja dla wt, śr, cz i pi.			
stosunek	1,234095	stosunek wariancji dla pn do wariancji średniej			
procent	23,41%				

Natomiast Tabela 3 zawiera analogiczne badanie dla ostatnich dwóch lat.

Tabela 3.

zakres dat: od 1998-03-02 do 2000-03-17					
	pn/pi	wt/pn	sr/wt	cz/sr	pi/cz
liczba obserw.	94	102	106	101	96
stopa zwrotu	0,002288	-0,00122	-0,00278	0,001574	0,001358
wariancja	0,000485	0,000357	0,000394	0,000424	0,000496
średnia war.	0,000418	średnia wariancja dla wt, śr, cz i pi.			
stosunek	1,161742	stosunek wariancji dla pn do wariancji średniej			
procent	16,17%				

„pn/pi" – dane na podstawie stóp zwrotu wyznaczanych jako stosunek ceny z poniedziałku do ceny z piątku, itd...

Na podstawie przeprowadzonych analiz można stwierdzić, że na GPW zauważa się jedynie nieznacznie większą (o około 20-procent) wariancję przez weekend niż w pozostałe dni tygodnia. Otrzymane wyniki są zbieżne z wynikami otrzymanymi dla rynku amerykańskiego.

Odmiennie kształtują się natomiast średnie stopy zwrotu dla poszczególnych dni tygodnia. Nie obserwuje się tak charakterystycznej dla rynku amerykańskiego ujemnej średniej stóp zwrotu dla poniedziałku.

Naturalnym wydaje się przyjęcie założenia, że ceny zmieniają się zgodnie z upływem dni sesyjnych.

Poniżej przedstawione zostały wyceny hipotetycznych opcji na WIG zgodnie z modelem Blacka-Scholesa z czasem sesyjnym (the Black-Scholes trading-time-model) oraz z czasem łącznym (the Black-Scholes composite-time-model).

Porównane zostały ceny dla europejskich opcji kupna o różnych cenach wykonania (out-of-the-money, at-the-money i in-the-money) oraz o różnych terminach do wygaśnięcia (różna ilość dni kalendarzowych i sesyjnych do wygaśnięcia).

Tabela 4.

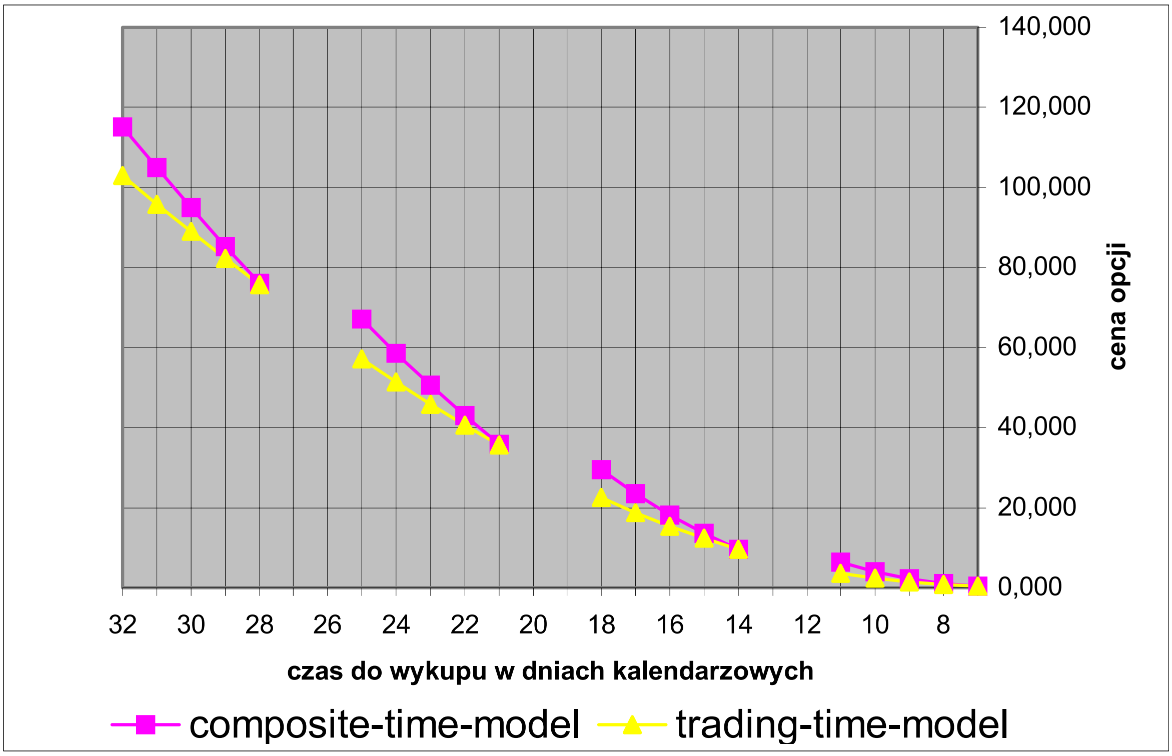
ilość dni kalenda-rzowych	ilość dni sesyjnych	out-of-the-money S = 22400 E = 25750			at-the-money S = 22400 E=22400			in-the-money S = 22400 E=19050		
		(1)	(2)	(3) [%]	(1)	(2)	(3) [%]	(1)	(2)	(3) [%]
186	134	1609.7	1591.3	-1.144	3108.91	3088.9	-0.642	5341.1	5324.130	-0.318
185	133	1596.0	1581.5	-0.908	3093.53	3077.9	-0.504	5327.3	5314.319	-0.245
184	132	1582.2	1571.7	-0.667	3078.12	3066.9	-0.364	5313.6	5304.496	-0.172
183	131	1568.5	1561.9	-0.422	3062.68	3055.8	-0.222	5293.8	5294.663	0.015
182	130	1554.7	1552.0	-0.173	3047.20	3044.8	-0.078	5286.0	5284.817	-0.024
95	69	702.22	684.47	-2.528	2021.93	1998.8	-1.142	4398.4	4380.052	-0.417
94	68	688.21	674.48	-1.994	2003.32	1985.4	-0.890	4383.0	4369.057	-0.319
93	67	674.21	664.50	-1.439	1984.63	1972.1	-0.631	4367.6	4358.049	-0.219
92	66	660.21	654.53	-0.861	1965.86	1958.6	-0.365	4352.1	4347.027	-0.119
91	65	646.23	646.56	0.050	1947.00	1945.2	-0.092	4336.7	4335.991	-0.017
32	24	115.15	102.94	-10.604	1060.44	1029.2	-2.937	3689.3	3671.487	-0.485
31	23	104.89	95.854	-8.622	1034.18	1010.2	-2.313	3673.8	3660.466	-0.365
30	22	94.942	88.930	-6.333	1007.52	991.02	-1.638	3658.4	3649.489	-0.245
29	21	85.309	82.179	-3.670	980.436	971.55	-0.906	3643.0	3639.557	-0.097
28	20	76.025	75.609	-0.547	952.884	951.84	-0.109	3627.8	3627.674	-0.004
25	19	67.117	57.099	-14.927	924.835	891.13	-3.644	3612.6	3595.360	-0.479
24	18	58.618	51.367	-12.369	896.251	870.32	-2.893	3597.6	3584.711	-0.358
23	17	50.559	45.876	-9.263	867.085	849.19	-2.063	3582.6	3574.131	-0.239
22	16	42.976	40.638	-5.442	837.287	827.72	-1.142	3567.8	3563.622	-0.120
21	15	35.908	35.667	-0.670	806.795	805.89	-0.112	3553.2	3553.189	-0.002
18	14	29.391	22.502	-23.440	775.538	737.93	-4.849	3538.7	3523.374	-0.435
17	13	23.468	18.743	-20.131	743.435	714.35	-3.912	3524.4	3512.273	-0.346
16	12	18.175	15.322	-15.697	710.384	690.23	-2.836	3510.2	3502.261	-0.229
15	11	13.550	12.250	-9.596	676.265	665.53	-1.587	3496.3	3492.338	-0.114
14	10	9.624	9.536	-0.905	640.927	640.18	-0.116	3482.5	3482.502	-0.001
11	9	6.415	3.588	-44.064	604.183	559.49	-7.396	3468.8	3453.491	-0.444
10	8	3.926	2.320	-40.907	565.703	530.70	-6.187	3455.4	3443.965	-0.331
9	7	2.132	1.379	-35.303	525.429	500.72	-4.702	3442.0	3434.494	-0.220
8	6	0.972	0.732	-24.650	482.656	469.34	-2.757	3428.8	3425.067	-0.110
7	5	0.337	0.331	-1.574	436.839	436.31	-0.121	3415.6	3415.670	0.000

(1) - cena opcji w modelu według dni sesyjnych (trading-time-model)

(2) - cena opcji w model wykorzystującym czas łączny (composite-time-model)

(3) - różnica procentowa pomiędzy (2) i (1).

Wykres 1 prezentuje zmiany cen opcji out-of-the-money wycenianej według odmiennych modeli wraz z upływem czasu do wygaśnięcia opcji.



Rys. 1. Wykres cen opcji w różnych modelach wyceny w zależności od czasy do wygaśnięcia

W modelu z czasem łącznym założono, że wariancja w dniu sesyjnym "obejmującym weekend" jest o 20% większa niż dla pozostałych dni tygodnia. Model z dniami sesyjnymi zakłada natomiast równą i stałą zmienność we wszystkich dniach. Jest to przyczyną, że ceny opcji różnią się nawet dla okresów będących wielokrotnością tygodnia. Drugą przyczyną jest fakt, że tydzień mierzony w różnych dniach stanowi odmienną część roku, ma "różną długość" ($\frac{7}{365} \neq \frac{5}{252}$).

Podstawą rozbieżności jest jednak fakt, że weekend traktowany jest jako jeden dzień sesyjny (przy zmianach cen) oraz jako trzy dni (przy wyznaczaniu odsetek). Powoduje to "skokową" zmianę ceny z piątku na poniedziałek w modelu czasu łącznego.

Efekt ten jest silniejszy dla opcji o krótkich terminach do wygaśnięcia oraz dla opcji będących out-of-the-money, co pozostaje w zgodności z oczekiwaniami.
Interesującą kontynuacją powyższych rozważań byłaby analiza zachowań cen rzeczywistych opcji, jednak mała płynność na tych instrumentach stawia pod znakiem zapytania prawidłową, rynkową wycenę i tym samym zamierzoną analizę porównawczą.

Literatura:

- F. Black, M. Scholes, The pricing of Options and Corporate Liabilities, "Journal of Political Economy", 1973 nr 81, s. 637-654 ,
- E. Fama, The Behavior of Stock Market Prices, "Journal of Business", January 1965 nr 38, s. 34-105,
- D. W. French, The Weekend Effect on the Distibution of Stock Prices. Implication for Option Pricing, "Journal of Financial Economics", 1984 nr 13, s. 547-559,
- K. R. French, Stock Returns and the Weekend Effect, "Journal of Financial Economics", March 1980 nr 8, s. 55-69,
- K. R. French, R. Roll, Stock Return Variances: the Arrival of Information and the Reaction of Traders, "Journal of Financial Economics", 17, September 1986, s. 5-26,
- E. Haug, The Comlete Guide to Option Pricing Formulas, McGraw-Hill, 1989, s. 165-179,
- J. Hull, Option, Futures & Other Derivatives, Prentice Hall, 1999, s. 237-272,
- E. Maberly, Eureka! Eureka! Discovery of the Monday Effect Belongs to the Ancient Scribes, "Financial Analysts Journal", September-October 1995, s. 10-11,
- K. Piontek, Teoretyczna i rzeczywista wartość walutowych instrumentów pochodnych – rynek polski – Konferencja Finanse i Bankowość, a wejście Polski do Unii Europejskiej - Pułtusk, Wrzesień 1999, s. 367-377,
- G. Schwert, Why Does Stock Market Volatility Change over Time?, "Journal of Finance", December 1989 nr 5, s. 1115-1153,
- R. Sias, L. Starks, The-Day-of-the-Week Anomaly: the Role of Institutional Investors, "Financial Analysts Journal", May-June 1995, s. 58-75,
- A. Weron, R. Weron, Inżynieroa finansowa, WNT, Warszawa 1998, s. 376